Le calcul algébrique

1 Développement et factorisation

1.1 Développer une expression

C'est transformer un produit en une somme.

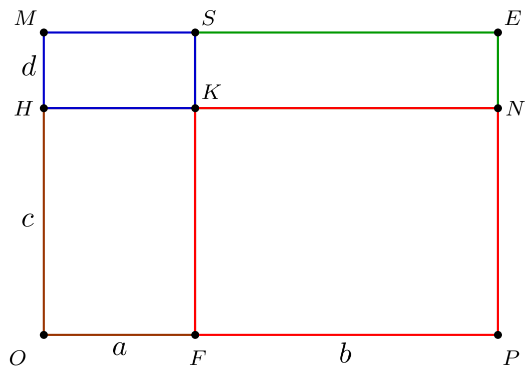
Exemple : k, a, b désignent des nombres réels, dans ces conditions $k\,(a+b) = ka + kb$.

- k est appelé un facteur commun de ka et kb ;
- Quand on effectue le passage de $k\,(a+b)$ à l'expression $ka + kb$, on dit qu'on distribue le nombre k.

Exemple : a, b, c, d sont des nombres réels,

dans ces conditions $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

Démonstration
(ci-dessous une figure pour faire la démonstration dans le cas où tous les nombres sont strictement positifs).



Les quadrilatères $OPEM$, $OFKH$, $FPNK$, $KNES$, $HKSM$ sont des rectangles.
On pose $OF = a$, $FP = b$, $OH = c$, $HM = d$.

1.2 Factoriser une expression

C'est transformer une somme en un produit.

Exemple : k, a, b désignent des nombres réels, dans ces conditions $ka + kb = k\,(a+b)$.

- k est appelé un facteur commun de ka et kb ;
- Quand on effectue le passage de $ka + kb$ à l'expression $k\,(a+b)$, on dit qu'on factorise par le nombre k.

2 Cas particuliers : les identités remarquables

a et b désignent des nombres réels, on dispose des égalités suivantes.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$(-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Remarque On peut écrire l'égalité de gauche à droite ou de droite à gauche.

3 Cas d'un produit de facteurs nul

$A \times B = 0 \quad$ équivaut à $\quad A = 0$ ou $B = 0$

On dit « Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs au moins est nul ».